Vorwort

Dieses Skriptum über „Elementare q – Identitäten“ ist die Ausarbeitung einer Vorlesung, die ich im Sommersemester 2006 halte. Ich versuche dabei, einige grundlegende und typische q – Identitäten auf möglichst einfache und durchsichtige Weise rein rechnerisch herzuleiten. Um die Darstellung so elementar wie möglich zu halten, mache ich dabei weder von der Theorie der q – hypergeometrischen Funktionen noch von der Theorie der Partitionen natürlicher Zahlen Gebrauch. Außerdem beschränke ich mich auf Identitäten für Polynome und formale Potenzreihen. Ich habe, soweit es möglich war, Beweise gegeben, die das Verständnis fördern, obwohl es für viele der betrachteten Identitäten einfache „Computerbeweise“ mit Hilfe der q – Version des Gosper – Zeilberger – Algorithmus gibt. Computerexperimente sind ein unentbehrliches Hilfsmittel, um Identitäten zu erraten oder zu verifizieren. Ohne sie wären viele Dinge unmöglich gewesen wären. Ich habe mich dabei vor allem auf die Softwarepakete von Peter Paule und Axel Riese (http://www.risc.uni-linz.ac.at/research/combinat/software/) gestützt. Um die betreffenden Resultate allgemein verständlich darzustellen, scheinen mir jedoch die althergebrachten Methoden nach wie vor am besten geeignet zu sein.
Das vorliegende Skriptum enthält zwar keine neuen Resultate, ich hoffe aber, dass die Art der Darstellung und die verwendeten Beweismethoden einen einfachen Zugang zu diesem faszinierenden Gebiet eröffnen. Außer auf meine eigenen Arbeiten habe ich mich u.a. auf die folgende Literatur gestützt, die auch als weiter führende Lektüre gedacht ist.

Literaturhinweise

George E. Andrews, The theory of partitions, 1976

George E. Andrews – Richard Askey – Ranjan Roy, Special functions, 1999

George E. Andrews, Euler’s pentagonal number theorem, Math. Magazine 56 (1963), 279 – 284

George E. Andrews, Catalan numbers, q-Catalan numbers and hypergeometric series, J. Comb. Th. A 44 (1987), 267 – 273

George E. Andrews – Kimmo Eriksson, Integer Partitions, 2004

David M. Bressoud, An easy proof of the Rogers-Ramanujan identies, J. Number Th. 16 (1983), 235-241

David M. Bressoud, Proofs and confirmations: the story of the alternating sign matrix conjecture, 1999

William Y.C. Chen – Kathy Q. Ji, Jacobi's identity and synchronized partitions, arXiv:math.CO/0601309, 2006, http://front.math.ucdavis.edu/

Johannes Fürlinger – Josef Hofbauer, q-Catalan numbers, J. Comb. Th. A 40 (1985), 248 – 264

Victor J.W. Guo – Jiang Zeng, Short proofs of summation and transformation formulas for basic hypergeometric series, arXiv:math.CO/0512571, 2005, http://front.math.ucdavis.edu/

Victor Kac – Pokman Cheung, Quantum Calculus, 2002

Tom H. Koornwinder, Special functions and q-commuting variables, 1997, http://staff.science.uva.nl/~thk/art/index.html

Christian Krattenthaler, Advanced determinant calculus: a complement, arXiv:math.CO/0503507, 2005, http://front.math.ucdavis.edu/

Boris A. Kupershmidt, $q-$Newton binomial: From Euler to Gauss, J. Nonlinear Math. Physics 7 (2000), 244-362, http://www.sm.luth.se/~norbert/home_journal/electronic/elect.html

Anne de Médicis – Pierre Leroux, Generalized Stirling numbers, convolution formulae and p-q-analogues, 1995, http://www.labmath.uqam.ca/~leroux/articles/Stirling.pdf

Peter Paule, On identities of the Rogers-Ramanujan type, J. Math. Anal. Appl. 107 (1985), 255 – 284

Peter Paule, The concept of Bailey chains, Sém. Lothar. Comb. B18f (1987) http://www.mat.univie.ac.at/~slc/

Marko Petkovšek – Herbert S. Wilf – Doron Zeilberger, A=B, 1997, http://www.math.rutgers.edu/~zeilberg/

Helmut Prodinger, Lecture Notes on the course q-series in Combinatorics and Number Theory, 2000, http://math.sun.ac.za/~prodinger/postscriptfiles/q_course.ps

Andrew V. Sills, Finite Rogers-Ramanujan type identities, Electr. J. Comb. 10 (2003), #R13 http://www.emis.ams.org/journals/EJC/Volume_10/PDF/v10i1r13.pdf

Jiang Zeng, The $q-$Stirling numbers, continued fractions and the $q-$Charlier and $q-$Laguerre polynomials, 1995, http://igd.univ-lyon1.fr/~zeng/public_html/paper/publication.html