Das Quantenspiel

Franz Embacher
Institut für Theoretische Physik der Universität Wien

Gregor Weihs
Institut für Experimentalphysik der Universität Wien

Seit einigen Jahren hat das Gebiet der Quanteninformation und der grundlegenden Fragestellungen und Experimente dazu einen enormen Aufwind erfahren. Ein Teil der Faszination, die von den darin behandelten Fragen ausgeht, kann mit folgendem einfachen Spiel illustriert werden:

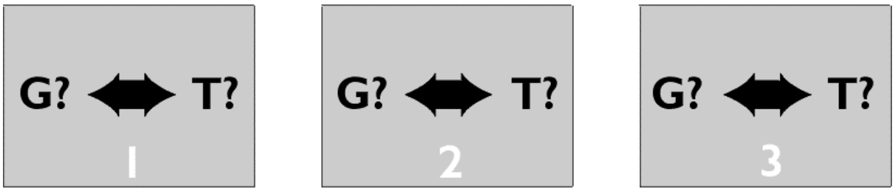
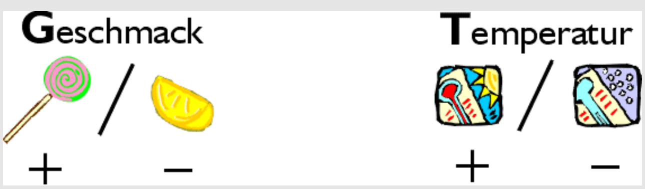


*Abbildung 1: Drei Räume in denen dieTeilnehmer unabhängig voneinander befragt werden. Der Spielleiter stellt jeder/m eine Frage, entweder die **G**eschmacksfrage (**G?**) oder die **T**emperaturfrage (**T?**).*

In diesem Spiel geht es um einen Spielleiter/Quizmaster und drei Kandidaten. Der Spielleiter gibt einige Regeln vor und stellt danach den Kandidaten gewisse Fragen. Die Kandidaten dürfen ihre Strategie vor der Befragung besprechen. Wichtig ist, daß die Fragen bzw. die Antworten darauf an sich keine Bedeutung haben. Den verschiedenen Antworten ordnen wir nach einem sehr einfachen Schema Zahlen zu.

Der Spielleiter erklärt also den Kandidaten:

> In diesem Spiel gibt es zwei Arten von Fragen, die je zwei Antworten haben. Die eine ist die Frage nach dem Geschmack (**G?**) einer von euch gewünschten Speise. Die andere Frage bezieht sich dagegen auf die Temperatur (**T?**) derselben. Für beide Fragen gibt es jeweils nur zwei zulässige Antworten, nämlich süß und sauer bzw. heiß und kalt, wobei wir den zwei Möglichkeiten jeweils die Zahlen +1 und –1 zuordnen. Jede(r) bekommt nur eine der zwei Fragen, wobei ich entweder nur *eine(n)* oder *alle drei* von euch nach dem Geschmack (**G?**) fragen werde. Ihr werdet unabhängig gefragt werden, und könnt euch nur vorher über die möglichen Antworten beraten. Es spielt nun keine Rolle, was ein einzelner von euch antwortet, denn ob ihr gewinnt oder verliert, entscheidet nur die Kombination (das Produkt der Zahlen) aller eurer Antworten.
>
> 
>
>
> In folgenden Fällen könnt ihr gewinnen: Falls ich nur einen von Euch nach dem Geschmack (**G?**) frage, muß das Produkt eurer Antworten +1 sein. Falls ich alle drei von Euch nach dem Geschmack frage, muß das Produkt eurer Antworten –1 sein.

Ihr könnt nun eure Strategie besprechen und anschließend werde ich euch getrennt voneinander befragen.

Es sollte sich nach mehreren Versuchen herausstellen, daß es *keine* Strategie gibt, mit welcher man *auf jeden Fall* gewinnen kann.

Nun gibt es in der Natur physikalische Systeme, die dieselbe logische Struktur aufweisen wie das Quantenspiel, es aber auf rätselhafte Weise schaffen, immer zu gewinnen! Es sind dies Systeme, die mit Hilfe der Quantenphysik beschrieben werden. Ein einfaches Beispiel für ein solches System besteht aus drei Teilchen, z. B. Elektronen oder Photonen, die in einem Elementarteilchen-Prozeß (dessen Details uns hier nicht interessieren) erzeugt werden und in drei verschiedene Richtungen wegfliegen. Nach einiger Zeit – sagen wir einer Minute – trifft jedes Photon in ein Labor und wird „vermessen".

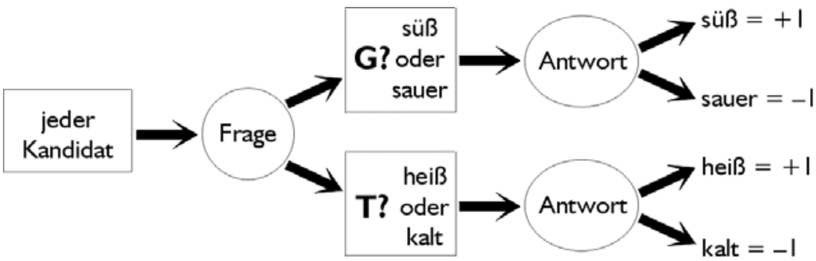


Abbildung 2: Ablaufplan des Spiels für eineN einzelneN SpielerIn. Dieser Ablauf gilt für jedeN der SpielerInnen individuell unabhängig.

An jedes der Teilchen können verschiedene physikalische Fragen gestellt werden. Photonen und Elektronen haben einen Spin – dieser ist ein Vektor, hat also drei Komponenten, die wir σ_x, σ_y und σ_z nennen. Sie sind Observable (Meßgrößen) deren Wert in geeigneten experimentellen Anordnungen gemessen werden kann. Eine mögliche Frage an ein Teilchen ist: Wie groß ist die *x*-Komponente deines Spins? Diese Frage entspricht einer Messung der Observable σ_x. Die Quantentheorie (und das Experiment) sagen uns, daß die Antwort auf diese Frage (in Vielfachen der Planck'schen Konstante $\hbar$ für Photonen und $\hbar/2$ für Elektronen) nur +1 (Spin zeigt nach rechts) oder –1 (nach links) sein kann. Es kann auch nach dem Wert der *y*-Komponente σ_y gefragt werden, und wieder kann die Antwort nur +1 (nach vorne) oder –1 (nach hinten) lauten, und dasselbe gilt für σ_z (nach oben bzw. nach unten). Allerdings können nicht zwei dieser Fragen gleichzeitig gestellt werden: Wird zum Beispiel ein bestimmter Wert für σ_z gemessen, so haben die beiden anderen Komponenten σ_x und σ_y unbestimmte Werte. Das ist ein ähnlicher Sachverhalt wie die Unschärferelation zwischen Ort und Impuls.

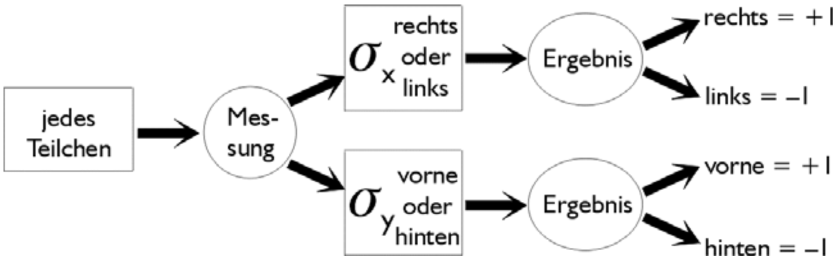


Abbildung 4: Ablaufdiagramm eines dem Spiel analogen Experiments mit drei verschränkten Teilchen.

Hat ein Teilchen einen wohlbestimmten Wert der *z*-Komponente des Spins, so ist es – quantenmechanisch ausgedrückt – in einem *Eigenzustand* der Observable σ_Z. Hat σ_Z den Wert +1, so wird der Zustand mit $|\uparrow\rangle$, hat σ_Z den Wert –1, so wird der Zustand mit $|\downarrow\rangle$ bezeichnet. Da $|\uparrow\rangle$ kein Eigenzustand einer der anderen Observablen σ_X oder σ_Y ist, haben diese – wenn das Teilchen im Zustand $|\uparrow\rangle$ ist – keine scharfen Werte, und dasselbe gilt für $|\downarrow\rangle$. In der Quantentheorie sind die drei Spin-Komponenten *Operatoren*: sie werden durch die *Pauli'schen Spin-Matrizen* dargestellt.

Nun haben wir in unserem System *drei* Teilchen. Wir numerieren sie als (1), (2) und (3) durch. Die entsprechenden Spin-Komponenten bezeichen wir, indem wir die Nummer des Teilchens dranhängen: so wird beispielsweise die *x*-Komponente des Spins des zweiten Teilchens als $\sigma_x^{(2)}$ bezeichnet. Wir wollen weiters annehmen, daß sie sich in einem ganz bestimmten Zustand befinden. Mit Hilfe der modernen Experimentiertechnik ist es möglich, Photonen in einem Zustand zu erzeugen, der in der quantenmechanischen Schreibweise als

$$\psi = |\uparrow\rangle^{(1)} \otimes |\uparrow\rangle^{(2)} \otimes |\uparrow\rangle^{(3)} - |\downarrow\rangle^{(1)} \otimes |\downarrow\rangle^{(2)} \otimes |\downarrow\rangle^{(3)}$$

dargestellt wird und GHZ-Zustand heißt[1]. Er ist eine Superposition aus zwei Zuständen: im ersten Summanden sind die *z*-Komponenten aller drei Spins genau bestimmt und haben jeweis den Wert +1, und im zweiten sind die *z*-Komponenten ebenfalls genau bestimmt und haben jeweils den Wert –1.

Die PhysikerInnen in den drei Labors, in denen die drei Teilchen eintreffen, entscheiden nun ganz nach Lust und Laune in letzter Sekunde, ob sie die *x*- oder die *y*-Komponente des Spins messen wollen. Da die Labors sehr weit voneinander entfernt sind, und da die Lichtgeschwindigkeit die Obergrenze für Nachrichtenübermitlung darstellt, besteht keine Verabredungsmöglichkeit – weder für die Menschen, noch für die Teilchen. Hier ergibt sich die Analogie zum Quantenspiel. Jede Messung einer Spinkomponente ist eine Frage an ein Teilchen:

Spiel	**Physik**
Quizmaster	ExperimentatorInnen
KandidatInnen	Teilchen
Frage	Messung
Geschmack	Spinmessung in x-Richtung
Temperatur	Spinmessung in y-Richtung
Antwort	Messergebnis
süß / sauer	rechts / links
heiß / kalt	vorne / hinten
getrennte Befragung	Lokalitätsannahme
Strategie	verborgene Parameter

[1] D. M. Greenberger, M. Horne und A. Zeilinger, *Going beyond Bell's theorem*, *in Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, M. Kafatos, Hrsg., Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 1989, pp. 69–72.
N. David Mermin, *What's wrong with these elements of reality?*, Phys. Today **43** (1990), pp. 9–11.

Das Experiment wird öfters wiederholt, mit jeweils anderen Teilchentripeln, die aber immer im Zustand ψ erzeugt werden. Danach findet eine Konferenz statt, auf der die "Antworten" der Teilchen analysiert werden – und die Köpfe rauchen, denn die WissenschaftlerInnen müssen feststellen, daß alle Teilchentripel das Quantenspiel gewonnen haben:[2]

1. Wann immer nur *ein* Teilchen nach seinem Wert von σ_x gefragt worden ist (und die beiden anderen nach ihren Werten von σ_y) ist das Produkt aller drei Antworten +1.

2. Wann immer *alle drei* Teilchen nach ihrem Wert von σ_x gefragt worden sind, ist das Produkt aller drei Antworten –1.

Die Gesetze der Quantenphysik sind uns nicht immer verständlich, da sie unserer Intuition widersprechen. Wir können aber den mathematischen Formalismus verwenden, um die Sachlage zu analysieren. Beide Resultate 1 und 2 werden von der Quantentheorie vorausgesagt. Sie sind nur eine verbale Formulierung der Tatsache, daß für den Zustand ψ die vier Eigenwertgleichungen

1. $\sigma_x^{(1)}\,\sigma_y^{(2)}\,\sigma_y^{(3)}\,\psi = \sigma_y^{(1)}\,\sigma_x^{(2)}\,\sigma_y^{(3)}\,\psi = \sigma_y^{(1)}\,\sigma_y^{(2)}\,\sigma_x^{(3)}\,\psi = \psi$

2. $\sigma_x^{(1)}\,\sigma_x^{(2)}\,\sigma_x^{(3)}\,\psi = -\psi$

gelten. Wer mit den Pauli'schen Spin-Matrizen ein bißchen umgehen kann, kann sie leicht nachprüfen.

Die Sache hat aber auch noch eine weitere Schattierung: Auf besagter Konferenz sind auch Verfechter der Ansicht, daß die *Unschärfen* der Quantentheorie nur unsere *Unkenntnis* darstellen, vertreten. Diese haben nun einen schweren Rückschlag erlitten: Wenn die drei Teilchen unmittelbar nach ihrer Erzeugung bereits scharfe Spinkomponenten haben (die wir nur nicht *kennen* und mit *s* statt σ bezeichnen), kann das Resultat 1 in der Form

$$s_x^{(1)}s_y^{(2)}s_y^{(3)} = s_y^{(1)}s_x^{(2)}s_y^{(3)} = s_y^{(1)}s_y^{(2)}s_x^{(3)} = +1$$

angeschrieben werden. Die $s_j^{(k)}$ stellen nun – im Unterschied zu den $\sigma_j^{(k)}$ - ganz gewöhnliche Zahlen dar, die jeweils entweder –1 oder +1 sind. Nun multiplizieren wir diese drei Ausdrücke, die ja jeweils 1 sind, und benützen die Tatsache, daß das Quadrat jedes $s_j^{(k)}$ gleich 1 ist. Nach einer kleinen Kopfrechnung erhalten wir

$$s_x^{(1)}s_x^{(2)}s_x^{(3)} = +1$$

was besagt, daß das Produkt der Antworten immer dann, wenn *alle drei* Teilchen nach ihrem Wert von σ_x gefragt worden sind, +1 sein sollte – im Widerspruch zum tatsächlichen (experimentell bestätigten) Verhalten der Teilchen. Auf diese Weise wird die These, die Meßwerte der Teilchenspins stünden im bereits im Voraus fest, experimentell widerlegt. (Eine solche These heißt *lokal-realistische Theorie*). Die Quantentheorie hat gewonnen, und sie ist bislang aus allen derartigen Wettkämpfen als Siegerin hervorgegangen.

Unsere drei Teilchen (und auch andere physikalische Systeme, die durch die Quantentheorie beschrieben werden) zeigen eine ausgeklügeltere "Kooperationsfähigkeit" als dies im Rahmen der klassischen Physik (und

[2] D. Bouwmeester, J. W. Pan, M. Daniells, H. Weinfurter und A. Zeilinger, *Observation of a three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger state*, Phys. Rev. Lett., **82** (1999), pp. 1345–1349.

im Quantenspiel, wenn Menschen es spielen) möglich wäre. Und sie tun dies, *ohne* sich vorab auf bestimmte Antworten abzusprechen! Da es keinerlei Hinweise auf überlichtschnelle Nachrichtenübermittlung gibt, müssen wir davon ausgehen, daß sie sich auch später nicht verabreden!

Man nennt Zustände wie ψ, die derartige Eigenschaften aufweisen, *verschränkt*. Ein verschränkter Zustand muß als Einheit (ganzheitlich) betrachtet werden. Auch wenn Teilchen weit voneinander entfernt sind, dürfen sie nicht ohne Weiteres als voneinander unabhängig betrachtet werden, wie ihr erfolgreiches Abschneiden im Quantenspiel zeigt.