

Ein astronomischer Schmetterlingseffekt – Chaos im Sonnensystem

Franz Embacher

Fakultät für Physik der Universität Wien
<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/>

Text für die Ausstellung CHAOS im Rahmen der G.A.S-station, Berlin
<http://www.2gas-station.net/>

Didaktik der Astronomie, Sommersemester 2009
<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Lehre/DidaktikAstronomie/ss2009/>

1 Der Schmetterling und das Wetter

Chaotisches Verhalten – denken Sie dabei nicht auch an den Schmetterlingseffekt? Ein Schmetterling in China verursacht ein viele Monate später stattfindendes Unwetter in Europa! Wie das gemeint ist, lässt sich anhand eines anderen Systems vielleicht klarer verdeutlichen: Wussten Sie, dass die Zukunft unseres Planetensystems von ähnlichen “Schmetterlingen” abhängt?

2 Erdbahn und Erdrotation

Wie wir alle wissen, kreist die Erde um die Sonne. Eigentlich ist die Bezeichnung “kreisen” nicht ganz richtig, denn die Erde bewegt sich nicht auf einer Kreisbahn, sondern auf einer Ellipse – wobei auch das nicht ganz richtig ist, aber dazu kommen wir später. Im Großen und Ganzen bewegt sich die Erde auf einer elliptischen Bahn um die Sonne. Jede Ellipse hat zwei Brennpunkte, und in einem der Brennpunkte der Bahnellipse steht die Sonne. Diese elliptische Bahn ist eine Folge der gravitativen Anziehungskraft, die die Sonne auf die Erde ausübt. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Erde auf ihrer Bahn bewegt, ist nicht immer die gleiche: Je näher sie der Sonne ist, umso schneller bewegt sie sich. Ist die Ellipse einmal durchlaufen, so ist auf der Erde ein Jahr vergangen.

Die Größe und die Form der Bahnellipse wird durch zwei Zahlen beschrieben. Die erste ist die große Halbachse. Sie beträgt 149.5979 Millionen Kilometer und entspricht ungefähr der durchschnittlichen Entfernung der Erde von der Sonne. Die zweite ist die so genannte Exzentrizität. Sie ist ein Maß dafür, wie stark die Erdbahn von der Kreisform abweicht und wie weit die Sonne vom Mittelpunkt der Ellipse entfernt ist. Eine Ellipse mit einer Exzentrizität von 0 ist ein Kreis. Die Exzentrizität der Erdbahn beträgt 0.0167, ist also

nicht sehr groß, aber immerhin. Der Abstand der Erde von der Sonne variiert zwischen 147.0996 und 152.0962 Millionen Kilometer. Ein markanter Punkt auf der Erdbahn ist das *Perihel*. Es ist jener Punkt, an dem die Erde der Sonne am nächsten kommt. Die Erde passiert alle 365.25636 Tage diesen Punkt, das letzte mal am 4. Jänner 2009 um 16:23:06 Uhr mitteleuropäischer Zeit.¹

Während ihres Umlaufs um die Sonne dreht sich die Erde um ihre eigene Achse. Diese Achse, die durch den Südpol, den Erdmittelpunkt und den Nordpol verläuft, behält stets ihre Richtung bei, gleichgültig, in welchem Punkt der Bahn sich die Erde befindet. Sie weist ziemlich genau auf den Polarstern hin. (Dieser astronomische Zufall ist der Grund dafür, dass die Bewohner und Bewohnerinnen der Nordhemisphäre in einer sternklaren Nacht sofort die Nordrichtung ermitteln können, sofern sie den Polarstern finden). Der Winkel, den die Erdachse mit der Normalen auf die Bahnebene einschließt, ist 23.44° . Durch diese Schiefelage (die die *Schiefe der Ekliptik* genannt wird) kommt es zu *Jahreszeiten* auf der Erde. Ungefähr ein halbes Jahr lang könnte ein Sonnenbewohner – den es natürlich in Wahrheit nicht gibt, weil die Sonne viel zu heiß dafür ist – den Nordpol der Erde sehen. Diese Zeitspanne nennen wir auf der Nordhemisphäre den Frühling und den Sommer (während sie auf der Südhemisphäre als Herbst und Winter bezeichnet wird). Ungefähr ein halbes Jahr lang könnte unser Sonnenbewohner den Südpol der Erde sehen – dann ist es genau umgekehrt: Herbst und Winter auf der Nordhemisphäre, Frühling und Sommer auf der Südhemisphäre. Frühling und Sommer sind immer die “warmen” Jahreszeiten, Herbst und Winter die “kalten”.²

Und so könnte es ewig weitergehen: Die Erde umrundet die Sonne auf einer Ellipse, läuft alle 365.25636 Tage durch ihr Perihel, und die Achse der Erdrotation zeigt stets zum Polarstern...

3 Langfristische Schwankungen

Dabei haben wir aber zwei wichtige Tatsachen unter den Teppich gekehrt: Erstens besteht das Sonnensystem nicht nur aus der Erde und der Sonne, sondern auch aus anderen Himmelskörpern. Sie alle ziehen an der Erde, so wie es die Sonne tut. Hier sind vor allem Jupiter und Saturn zu nennen. Durch sie wird die elliptische Bahn der Erde ein klein

¹Interessanterweise ist die Erde der Sonne am nächsten, wenn auf der Nordhemisphäre Winter herrscht.

²Vielleicht ist Ihnen aufgefallen, dass hier zwei mal das Wort “ungefähr” benutzt wurde. Tatsächlich dauern Frühling und Sommer auf der Nordhemisphäre zusammen etwa siebeneinhalb Tage länger als Herbst und Winter – nehmen Sie Ihren Taschenkalender zur Hand und zählen Sie die Tage, wenn Sie es nicht glauben! Dieser Effekt ergibt sich aus der Kombination der Schiefelage der Erdachse, der elliptischen Bahnform und der variierenden Geschwindigkeit der Erde.

wenig gestört, so dass sie genau genommen gar keine Ellipse ist.³ Und zweitens ist die Erde keine Kugel, sondern hat eine durch ihre Rotation leicht abgeflachte Form. Sonne und Mond üben auf sie ein Drehmoment aus, das versucht, die schief liegende Erdachse aufzurichten. Letztere reagiert darauf mit einer Ausweichbewegung (ähnlich wie es ein Kreisel tut), zeigt also in Wahrheit nicht immer in die selbe Richtung. Über kurze Zeiten – wie etwa ein Jahr – betrachtet, sind diese Effekte sehr klein, aber im Laufe der Zeit summieren sie sich auf.

Diese Störungen führen dazu, dass sich sowohl die Form der Erdbahn als auch die Richtung der Erdachse ändern. Die oben angegebenen Werte der Exzentrizität und der Schiefelage der Erdachse entsprechen nur einer *heutigen* Momentaufnahme:

- Während die große Halbachse der Erdbahn sehr stabil ist, schwankt ihre Exzentrizität zwischen 0.005 und 0.058 mit einer Periode von etwa 100 000 Jahren. Dieser Schwankung überlagert sich ein zweiter Zyklus mit einer Dauer von etwa 413 000 Jahren. Die Erdbahn ist daher manchmal exzentrischer, manchmal fast kreisförmig und schwankt zwischen diesen beiden Extremen in einer halbwegs regelmäßigen (“quasiperiodischen”) Weise hin und her. Genau genommen ist die Erdbahn also gar keine geschlossene Kurve: Nach einem Umlauf fädelt sich die Erde nicht exakt in die Bahn ein, die sie zuvor durchlaufen hat!
- Die Erdachse vollführt eine *Präzessionsbewegung*, d.h. sie rotiert ähnlich wie die Drehachse eines Kreisels (der ja nicht einfach umkippt, sondern “nach der Seite hin ausweicht”) um eine Achse, die normal auf die Ebene der Erdbahn steht. Diese Bewegung benötigt etwa 26 000 Jahre für eine volle Umrundung.
- Gleichzeitig dreht sich die gesamte Bahnellipse, und zwar in einer der Präzession der Drehachse entgegengesetzten Richtung: Im Laufe von etwa 110 000 Jahren vollführt sie eine komplette Umdrehung. Als Folge davon präzediert die Erdachse *relativ* zur Bahnellipse mit einer Periode von 21 000 Jahren⁴ (ein Phänomen, das als *Präzession der Äquinoktien* bezeichnet wird).
- Darüber hinaus schwankt die Schiefelage der Erdachse zwischen 22.1° und 24.5° mit einer Periode von etwa 41 000 Jahren.
- Also ob das nicht genug wäre, findet auch eine periodische Kippung der Bahnebene mit einem Zyklus von etwa 100 000 Jahren statt.

³Es gibt noch einen anderen Grund, warum die Erdbahn keine Ellipse ist. Er wird von der allgemeinen Relativitätstheorie vorhergesagt und würde auch gelten, wenn Sonne und Erde alleine auf der Welt wären.

⁴Stellen Sie sich vor, zwei Uhrzeiger rotieren in entgegengesetzte Richtung. Einer benötigt 26 000 Jahre, der andere 110 000 Jahre für eine volle Umdrehung. Wie oft begegnen sie einander? Antwort: etwa alle 21 000 Jahre.

In diesen Formulierungen sind Begriffe wie "Periode" und "Zyklus" verwendet worden – aber tatsächlich handelt es sich dabei um *ungefähre* zeitliche Muster, die auftreten, wenn die Erdbahn und die Erdrotation über Hunderttausende von Jahren vorausberechnet werden. Was lässt sich aber sagen, wenn die Erde über wesentlich *längere* Zeiträume verfolgt wird, z.B. über viele Jahrillionen? All die beschriebenen Schwankungen kommen durch die Wechselwirkung der wichtigsten Himmelskörper des Planetensystems zustande. Die Gleichungen, die sie beschreiben, sind *nichtlinear* – eine wichtige Zutat der Chaostheorie! Mit Hilfe ausgeklügelter mathematischer Techniken und unter Einsatz leistungsfähiger Rechner wird versucht, sie zu lösen. Dabei tritt das Phänomen auf, dass kleinste Unterschiede etwa in den Entfernungen der Himmelskörper sich "aufschaukeln" und zu ganz unterschiedlichen Vorhersagen für spätere Zeiten führen. Und damit sind wir bei unserem Thema.

4 Chaotisches Verhalten

Stellen wir uns einmal die Frage, wie genau das Verhalten der Erde in 200 Millionen Jahren vorhergesagt werden kann. 200 Millionen Jahre sind – gemessen am Alter des Universums von 13.7 Milliarden Jahren – keine sehr lange Zeit. Andererseits läuft die Erde während dieser Zeitspanne 200 Millionen mal um die Sonne und dreht sich mehr als 70 Milliarden mal um sich selbst! Auch wenn ihr Umlauf und ihre Rotation im Laufe von ein paar Jahren nur ganz kleine Störungen durch den Mond und die Planeten⁵ erfahren, so können diese doch, wie erwähnt, im Laufe der Zeit beträchtlich anwachsen. Dabei müssen wir berücksichtigen, dass die Bahnen der anderen Planeten – nicht zuletzt durch die gravitative Wirkung der Erde auf sie – in ähnlicher Weise variieren wie die der Erde.⁶ Alles in allem ist das System also recht kompliziert. Ein wichtiger Mechanismus des Aufschaukelns von Störungen sind *Resonanzen*, d.h. Verstärkungseffekte, die durch sich oft (wenn auch nach langen Zeiten) wiederholende Konstellationen bewirkt werden, ähnlich wie wiederholte kleine Schübe eine Verkehrstafel zum Schwingen bringen können. Wie genau können wir dieses Aufschaukeln vorhersagen?

Wir wollen jetzt nicht in die Details der Berechnungen eindringen, sondern zunächst präzisieren, was wir unter "200 Millionen Jahre" verstehen. Das ist gar nicht so einfach! Wenn Sie sich mal im Internet umsehen, finden Sie das bürgerliche Jahr, das siderische Jahr, das tropische Jahr, das Sonnenjahr und das Kalenderjahr, und sie alle unterscheiden sich um einige Sekunden oder Minuten. Um nicht auf ultragenauere Uhren zurückgreifen zu müssen, wollen wir jetzt vereinbaren, unter "einem Jahr" die Zeitspanne zwischen

⁵Die genauesten Berechnungen, die heute angestellt werden, berücksichtigen sogar noch kleinere Himmelskörper des Sonnensystems!

⁶Und natürlich steht auch die Sonne nicht still, sondern sie bewegt sich – wenn auch nur geringfügig – unter dem Einfluss der Gravitation, die die Planeten auf sie ausüben.

zwei aufeinander folgenden Periheldurchgängen zu verstehen.⁷ Bei allen Schwankungen der Parameter der Erdbahn und der Erdrotation ist doch eines praktisch sicher, nämlich dass die Erde immer wieder an einen Punkt ihrer Bahn kommt, in dem sie der Sonne näher ist als eine Minute zuvor und eine Minute danach. Ungefähr 365.26 Tage später passiert sie wieder einen derartigen Punkt (der im Vergleich zum vorigen leicht versetzt ist). Die Zeitdauer zwischen diesen beiden Ereignissen wollen wir also als "ein Jahr" bezeichnen. Alle diese "Jahre" sind fast (wenngleich nicht exakt) gleich lang. Wie bereits erwähnt, fand der letzte Periheldurchgang am 4. Jänner 2009 statt. Nehmen wir ihn als Ausgangspunkt unserer "Zeitrechnung". Der erste Periheldurchgang nach dieser Zeitrechnung wird am 3. Jänner 2010 (um 1 Uhr nachts) stattfinden, der zweite im Jänner 2011, der dritte im Jänner 2012, und so fort. Aufgrund der Schwankungen der Erdbahn und der Erdachse wird das Datum der Periheldurchgänge im Laufe der nächsten Jahrtausende durch den Kalender wandern, denn der Termin "Anfang Jänner" ist nur eine Momentaufnahme der heutigen Verhältnisse. Es wird viel geschehen in den folgenden Jahrhunderttausenden. Beispielsweise wird die jahreszeitliche Sonneneinstrahlung in die beiden Hemisphären Schwankungen aufweisen und die Erde von Zeit zu Zeit in eine verstärkte Bereitschaft versetzen, eine Eiszeit auszubilden.⁸ Irgendwann findet dann der zweihundertmillionste Periheldurchgang statt – das Ereignis X . Es ist dies ein ganz bestimmter Zeitpunkt in der Zukunft der Erde. Falls dereinst intelligente Lebewesen auf unserem Planeten Astronomie betreiben, so werden sie ihn mit Sekundengenauigkeit ermitteln können.

Und jetzt stellen wir eine Frage, die eine ganz präzise Bedeutung hat: Welche Jahreszeit wird auf der Nordhemisphäre der Erde herrschen, wenn das Ereignis X eintritt? Sie wird von der Richtung abhängen, in die die Rotationsachse der Erde (wir lassen sie aus dem Nordpol der Erde herausweisen) dann zeigen wird. Zur Sonne hin? Dann wird Frühling oder Sommer sein. Oder von der Sonne weg? Dann wird Herbst oder Winter sein. Wird versucht, diese Frage durch eine Berechnung auf der Basis der heute bekannten Naturgesetze und Eigenschaften des Sonnensystems zu beantworten, so ergibt sich das Problem, dass die Anfangsbedingungen, d.h. die heute herrschenden Verhältnisse, *sehr genau* bekannt sein müssen. Und nun ist es Zeit für eine mathematische Formel: Wenn wir die Position der Erde am Beginn unserer "Zeitrechnung" mit einer Genauigkeit von $d(0)$ kennen, so kennen wir ihre Position nach der Zeit t mit einer Genauigkeit

$$d(t) \approx 10^{t/10} d(0), \quad (4.1)$$

wobei t in Millionen Jahren anzugeben ist.⁹ 200 Millionen Jahre entsprechen dem Wert

⁷Sie wird auch die *anomalistische Periode* genannt.

⁸Ob es dann auch tatsächlich zu einer Eiszeit kommt, hängt von vielen irdischen Faktoren ab, beispielsweise von der Lage der Kontinente, die sich aufgrund plattentektonischer Prozesse langsam ändert, und vom Ausmaß der Reflexion von Sonnenlicht durch große sommerliche Schneeflächen in den Hochländern der Erde.

⁹Ich entschuldige mich bei den Experten und Expertinnen gleich für diese stark vereinfachte Dar-

$t = 200$. Setzen wir ihn ein, so wird

$$d(200) \approx 10^{20} d(0). \quad (4.2)$$

Daher ist $d(200)$ rund 100 000 000 000 000 000 mal so groß wie $d(0)$. Und jetzt können wir illustrieren, was chaotisches Verhalten ist: Wenn wir die heutige Position der Erde mit einer Genauigkeit von $d(0) = 10^{-9}$ Meter kennen (das entspricht der Größe eines Atoms!), so ist die Unsicherheit der Vorhersage ihrer Position nach 200 Millionen Jahren auf $d(200) = 10^{11}$ Meter angewachsen. Das sind 100 Millionen Kilometer – eine Länge, die fast so groß ist wie die ganze Bahnellipse! Um also vorhersagen zu können, ob das Ereignis X in der warmen oder in der kalten Jahreszeit eintreten wird, müssten wir die heutige Position der Erde¹⁰ genauer kennen als ein Atom groß ist! Und das ist nicht nur schwierig – es ist praktisch unmöglich, da unvorhergesehene Ereignisse auftreten können, die die Position der Erde um einen Atomdurchmesser ändern. Die Erde sammelt beispielsweise jährlich etwa 40 000 Tonnen an extraterrestrischem Material auf. Gemessen an der Erdmasse von 5.9736×10^{24} Kilogramm ist das fast nichts. Aber immerhin reichen allein 100 Tonnen davon aus, der Erde einen Schubs zu geben, der nach einem Monat zu einer Positionsabweichung von einem Atomdurchmesser führt! In welcher Jahreszeit das Ereignis X eintritt, hängt also davon ab, ob irgendwelche lächerlichen – aber unverhersehbaren – 100 Tonnen mehr oder weniger an interplanetarem Staub den Weg der Erde kreuzen. Sie stellen den astronomischen “Schmetterling” dar! Tatsächlich bilden die 40 000 Tonnen an jährlich aufgesammeltem Material viele derartige Schmetterlinge, so dass an eine verlässliche Voraussage nicht zu denken ist.

Die Güte einer Vorhersage des Verhaltens der Erde in einem zukünftigen Zeitpunkt hängt von der Zeitdauer ab, die bis dahin vergeht. Um etwa die Position der Erde nach (nur!) 100 Millionen Jahren vorhersagen zu können, müssten wir ihre heutige Position – wie eine kleine Berechnung mit Hilfe der Formel (4.1) zeigt – auf 15 Meter genau kennen. Das könnte man ja noch irgendwie als möglich ansehen! Als generelle Größenordnung, ab der keine Voraussage über das Verhalten der Erde mehr möglich ist, wird daher ein Zeitraum von 100 Millionen Jahren angesehen. Je nach der konkreten Fragestellung kann er auch erheblich kleiner sein. Die in unserer Frage betrachtete Zeitspanne von 200 Millionen Jahre liegt in jedem Fall weit darüber.

Chaotisches Verhalten kann also ganz harmlose Effekte betreffen (wie die Jahreszeit, in der das Ereignis X eintritt) und lediglich die Vorhersagbarkeit zukünftigen Verhaltens einschränken. Aber mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit kann es sich auch dramatischer

stellung. Tatsächlich bezeichnet d nicht die Genauigkeit der Position der Erde im Raum, sondern die Genauigkeit, mit der der Ort einer Lösung des gesamten planetarischen Systems im so genannten “Phasenraum” bekannt ist. An der grundsätzlichen Argumentation ändert das aber nichts.

¹⁰Erschwerend kommt dazu, dass auch die heutigen Positionen der anderen beteiligten Himmelskörper mit einer ähnlichen Genauigkeit bekannt sein müssten, denn deren Verhalten beeinflusst seinerseits sowohl die Bahn der Erde als auch die Ausrichtung der Erdachse in dieser fernen Zukunft.

auswirken. So sind insbesondere die Bahnen der kleinen Planeten wie Merkur und Mars davon betroffen. Modellrechnungen zeigen, dass eine Kollision von Merkur und Venus innerhalb der nächsten 5 Milliarden Jahre nicht ausgeschlossen werden kann!¹¹ Die Bahnen der äußeren Planeten (ab Jupiter) sind vergleichsweise stabiler als die der inneren, so dass hier größere Katastrophen während der nächsten Jahrtausende unwahrscheinlich sind. Alles in allem scheint sich das Planetensystem gerade an der Grenze zur Instabilität zu befinden, und die Berechnungen deuten darauf hin, dass dies der "Normalzustand" von Planetensystemen sein könnte.

Mit dem Sonnensystem verhält es sich wie mit dem Wetter, nur eben in längeren Zeiträumen. Während wir aber eine Vorstellung davon haben, was ein "normales Wetter" ist und wie dramatisch gelegentliche Wetterkatastrophen ausfallen können, erscheint unser Planetensystem auf den ersten Blick wie eine präzise Uhr, von der keine weiteren Unwägbarkeiten zu erwarten sind. Erst die Anwendung der Chaostheorie auf die Himmelsmechanik gibt uns erste Hinweise darauf, was in Zeiträumen geschehen kann, die niemand von uns erleben wird.

Weiterführende Literatur

- [1] Steven Soter: *Am Rande des Chaos*, Spektrum der Wissenschaft, Januar 2008.
Online: <http://www.wissenschaft-online.de/artikel/934922>

- [2] Jacques Laskar: *Chaos in the Solar System*, Preprint, 2003.
Online: http://www.imcce.fr/Equipes/ASD/preprints/rep.2003/th2002_laskar.pdf

¹¹Dieser Befund ist aber nicht unumstritten, denn Forschungsgruppen, die verschiedene Berechnungsverfahren anwandten, erzielten unterschiedliche Resultate. Insbesondere ist noch zu wenig klar, wie sich die in Fußnote 3 erwähnten, durch die allgemeine Relativitätstheorie vorausgesagten Bahnstörungen auf die Möglichkeit eines extremen Aufschaukelns der Exzentrizität der Merkurbahn auswirken.