Examen

Name : _

Mat. Nr. : _

Kennz. : _

- Es sind nur handschriftliche Mitschriften zugelassen.

- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es sind maximal 26 Punkte zu erreichen.

- Viel Erfolg !

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Punkte	**6**	**5**	**5**	**5**	**5**
Score					

$$\sum =$$

Universität Wien
Prof. Dr. D. Burde

Lie-Algebren und Darstellungstheorie
— Examen —

Wintersemester 2004/05

---

1. Grundlagen über Lie-Algebren. Sei $\mathfrak{g}$ eine beliebige endlich-dimensionale Lie-Algebra. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) Es gilt $Z(\mathfrak{g}) \subseteq [\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$.
(b) Falls $\mathfrak{g} = [\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$ gilt, dann ist $\mathfrak{g}$ einfach.
(c) Sei $\mathfrak{a} \trianglelefteq \mathfrak{g}$ ein Ideal. Dann gilt $\mathrm{rad}(\mathfrak{g}) \cap \mathfrak{a} \subseteq \mathrm{rad}(\mathfrak{a})$.

(6 Punkte)

2. Auflösbare und nilpotente Lie-Algebren. Sei $\mathfrak{os}(\mathbb{R})$ die Oszillator Lie-Algebra. In der Basis (p, q, z, h) sind die Lie Klammern gegeben durch: $[p, q] = z$, $[h, p] = q$, $[h, q] = -p$. Zeigen Sie, daß $\mathfrak{os}(\mathbb{R})$ auflösbar, aber nicht nilpotent ist.

(5 Punkte)

3. Der Satz von Lie. Formulieren Sie den Satz von Lie. Folgern Sie, daß jeder endlich-dimensionale einfache $\mathfrak{g}$-Modul eindimensional ist, falls $\mathfrak{g}$ die Bedingungen des Satzes von Lie erfüllt.

(5 Punkte)

4. Die Cartan-Killing-Form. Berechnen Sie die Cartan-Killing-Form κ von $\mathfrak{so}_3(\mathbb{C})$ bezüglich der Standardbasis (x, y, z) mit $[x, y] = z$, $[z, x] = y$, $[y, z] = x$. Begründen Sie, warum κ nicht-ausgeartet ist.

(5 Punkte)

5. Halbeinfache Lie-Algebren. Man bestimme bis auf Isomorphie alle halbeinfachen Lie-Algebren der Dimension 24 über $\mathbb{C}$!

(5 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 25. Jänner 2005